**Hai mÆt ph¼ng song song**

## vÞ trÝ t­¬ng ®èi cña hai ®­êng th¼ng ph©n biÖt

Cho 2 mÆt ph¼ng (P) vµ (Q). C¨n cø vµo sè ®­êng th¼ng chung cña 2 mÆt ph¼ng ta cã ba tr­êng hîp sau:

1. Hai mÆt ph¼ng (P) vµ (Q) kh«ng cã ®­êng th¼ng chung, tøc lµ:

(P) ∩ (Q) = ∅ ⇔ (P) // (Q).

1. Hai mÆt ph¼ng (P) vµ (Q) chØ cã mét ®­êng th¼ng chung, tøc lµ:

(P) ∩ (Q) = a ⇔ (P) c¾t (Q).

1. Hai mÆt ph¼ng (P) vµ (Q) cã 2 ®­êng th¼ng chung ph©n biÖt, tøc lµ:

(P) ∩ (Q) = {a, b} ⇔ (P) ≡ (Q).

P

(P)∩ (Q) = ∅ ⇔ (P)//(Q)

Q

(P)∩(Q) = {a, b} ⇔ (P)≡(Q)

Q

P

(P)∩ (Q) = a ⇔ (P) c¾t (Q)

P

Q

a

***§Þnh nghÜa***: *Hai mÆt ph¼ng gäi lµ song song nÕu chóng kh«ng cã ®iÓm chung*.

## ®iÒu kiÖn ®Ó hai mÆt ph¼ng song song

***§Þnh lÝ 1***:*NÕu mÆt ph¼ng* (P) *chøa hai ®­êng th¼ng* a, b *c¾t nhau vµ cïng song song víi mÆt ph¼ng* (Q) *th×* (P) *song song* (Q).

Q

P

a

b

Tøc lµ:

 ⇒ (P) // (Q).

## tÝnh chÊt

***TÝnh chÊt 1***: *Qua mét ®iÓm n»m ngoµi mét mÆt ph¼ng, cã mét vµ chØ mét mÆt ph¼ng song song víi mÆt ph¼ng ®ã*.

Tøc lµ:

O ∉ (P) ⇒ ∃!(Q): .

*C¸ch dùng*: Ta lÇn l­ît thùc hiÖn:

* Trong (P) dùng a, b c¾t nhau.
* Qua O dùng a1 // a, b1 // b.
* MÆt ph¼ng (a1, b1) lµ mÆt ph¼ng qua O vµ song song víi (P).

***HÖ qu¶ 1***: *NÕu ®­êng th¼ng* a *song song víi mÆt ph¼ng* (Q) *th× qua* a *cã mét vµ chØ mét mÆt ph¼ng* (P) *song song víi* (Q).

***HÖ qu¶ 2***: *Hai mÆt ph¼ng ph©n biÖt cïng song song víi mÆt ph¼ng thø ba th× song song víi nhau*.

Q

P

a

R

b

***TÝnh chÊt 2***: *NÕu hai mÆt ph¼ng* (P) *vµ* (Q) *song song th× mäi mÆt ph¼ng* (R) *®· c¾t* (P) *th× ph¶i c¾t* (Q) *vµ c¸c giao tuyÕn cña chóng song song*.

Tøc lµ:

 ⇒ a // b.

## §Þnh lÝ Ta−lÐt trong kh«ng gian

***§Þnh lÝ 2*** (§Þnh lÝ Ta−lÐt): *Ba mÆt ph¼ng ®«i mét song song ch¾n trªn hai c¸t tuyÕn bÊt k× c¸c ®o¹n th¼ng t­¬ng øng tû lÖ*.

P

R

Q

a

b

A1

B1

C1

A2

B2

C2

Tøc lµ:



⇒  =  = .

***§Þnh lÝ 3*** (§Þnh lÝ Ta−lÐt ®¶o): *Gi¶ sö trªn hai ®­êng th¼ng chÐo nhau* a1 *vµ* a2 *lÇn l­ît lÊy c¸c ®iÓm* A1, B1, C1 *vµ* A2, B2, C2 *sao cho*:

 =  = 

*Khi ®ã, ba ®­êng th¼ng* A1A2, B1B2, C1C2  *lÇn l­ît n»m trªn ba mÆt ph¼ng song song, tøc lµ chóng cïng song song víi mét mÆt ph¼ng.*

## h×nh l¨ng trô vµ h×nh hép

A1

A2

A3

A4

A5

A6

P

A’1

A’2

A’3

A’4

A’5

A’6

Q

***§Þnh nghÜa h×nh l¨ng trô****: H×nh l¨ng trô lµ mét h×nh ®a diÖn cã hai mÆt n»m trong hai mÆt ph¼ng song song gäi lµ hai ®¸y vµ tÊt c¶ c¸c c¹nh kh«ng thuéc hai ®¸y ®Òu song song víi nhau.*

Trong ®ã:

* C¸c mÆt kh¸c víi hai ®¸y gäi lµ c¸c *mÆt bªn* cña h×nh l¨ng trô.
* C¹nh chung cña hai mÆt bªn gäi lµ *c¹nh bªn* cña h×nh l¨ng trô.
* Tuú theo ®a gi¸c ®¸y, ta cã h×nh l¨ng trô tam gi¸c, l¨ng trô tø gi¸c,...

Tõ ®Þnh nghÜa cña h×nh l¨ng trô, ta lÇn l­ît suy ra c¸c tÝnh chÊt sau:

1. C¸c c¹nh bªn song song vµ b»ng nhau.
2. C¸c mÆt bªn vµ c¸c mÆt chÐo lµ nh÷ng h×nh b×nh hµnh.
3. Hai ®¸y lµ hai ®a gi¸c cã c¸c c¹nh t­¬ng øng song song vµ b»ng nhau.

***§Þnh nghÜa h×nh hép****: H×nh l¨ng trô cã ®¸y lµ h×nh b×nh hµnh gäi lµ h×nh hép.*

Tõ ®Þnh nghÜa cña h×nh hép, ta lÇn l­ît suy ra c¸c tÝnh chÊt sau:

1. H×nh hép cã tÊt c¶ c¸c mÆt bªn vµ c¸c mÆt ®¸y ®Òu lµ h×nh ch÷ nhËt gäi lµ h×nh hép ch÷ nhËt.
2. H×nh hép cã tÊt c¶ c¸c mÆt bªn vµ c¸c mÆt ®¸y ®Òu lµ h×nh vu«ng gäi lµ h×nh lËp ph­¬ng.

A

A1

D

D1

C

C1

B

B1

A

A1

D

D1

C

C1

B

B1

A

A1

D

D1

C

C1

B

B1

**☞ *Chó ý***: C¸c ®­êng chÐo cña h×nh hép c¾t nhau t¹i trung ®iÓm mçi ®­êng.

S

A1

A2

A3

A4

A5

P

A’1

A’2

A’3

A’4

A’5

## h×nh chãp côt

***§Þnh nghÜa***: Cho h×nh chãp SA1A2...An. Mét mÆt ph¼ng (P) song song víi mÆt ph¼ng chøa ®a gi¸c ®¸y c¾t c¸c c¹nh SA1, SA2, ..., SAn theo thø tù t¹i A’1, A’2, ..., A’n. H×nh t¹o bëi thiÕt diÖn A’1A’2 ...A’n vµ ®¸y A1A2...An cña h×nh chãp cïng víi c¸c mÆt bªn A1A2A’2A’1, A2A3A’3A’2, ..., AnA1A’1A’n gäi lµ mét *h×nh chãp côt*.

Trong ®ã:

* §¸y cña h×nh chãp gäi lµ *®¸y lín* cña h×nh chãp côt, cßn thiÕt diÖn gäi lµ *®¸y nhá* cña h×nh chãp côt.
* C¸c mÆt cßn l¹i gäi lµ c¸c *mÆt bªn* cña h×nh chãp côt.
* C¹nh chung cña hai mÆt bªn kÒ nhau nh­ A1A’1, A2A’2, ...AnA’n gäi lµ c¹nh bªn cña h×nh chãp côt.

Tuú theo ®¸y lµ tam gi¸c, tø gi¸c, ngò gi¸c, .. ta cã h×nh chãp côt tam gi¸c, h×nh chãp côt tø gi¸c, h×nh chãp côt ngò gi¸c, ...

***TÝnh chÊt***: Víi h×nh chãp côt, ta cã c¸c tÝnh chÊt sau:

1. Hai ®¸y cña h×nh chãp côt lµ hai ®a gi¸c ®ång d¹ng.
2. C¸c mÆt bªn cña h×nh chãp côt lµ c¸c h×nh thang.
3. C¸c c¹nh bªn cña h×nh chãp côt ®ång quy t¹i mét ®iÓm.

B. PHƯƠNG PHÁP GIẢI

1. **Chøng minh hai mÆt ph¼ng song song**

*Ph­¬ng ph¸p ¸p dông*

§Ó chøng minh 2 mÆt ph¼ng song song ta ®i chøng minh mÆt ph¼ng nµy chøa hai ®­êng th¼ng c¾t nhau song song víi mÆt ph¼ng kia (hoÆc song song víi hai ®­êng th¼ng c¾t nhau n»m trong mÆt ph¼ng kia).

**☞ *Chó ý***:

1. Sö dông tÝnh chÊt:

 ⇒ a // (P)

ta ®­îc thªm mét ph­¬ng ph¸p ®Ó chøng minh ®­êng th¼ng a song song víi (P).

1. Sö dông ®Þnh lÝ TalÐt ®¶o ta ®­îc thªm mét ph­¬ng ph¸p ®Ó chøng minh ®­êng th¼ng song song víi mÆt ph¼ng, cô thÓ:

Ba ®iÓm A1, B1, C1 thuéc ®­êng th¼ng a vµ ba ®iÓm A2, B2, C2 thuéc ®­êng th¼ng b (víi a vµ b chÐo nhau) tho¶ m·n:

 = 

suy ra tån t¹i duy nhÊt bé ba mÆt ph¼ng (P), (Q), (R) song song lÇn l­ît chøa c¸c ®o¹n th¼ng A1A2, B1B2, C1C2 , tõ ®ã ta ®­îc c¸c kÕt qu¶:

A1A2 song song víi (Q) vµ (R).

B1B2 song song víi (P) vµ (R).

C1C2 song song víi (P) vµ (Q).

§iÒu quan träng nhÊt cÇn chØ ra ®­îc sù tån t¹i cña mét trong ba mÆt ph¼ng.

1. *Cho hai h×nh vu«ng* ABCD *vµ* ABEF *ë trong* 2 *mÆt ph¼ng kh¸c nhau. Trªn c¸c ®­êng chÐo* AC *vµ* BF *lÇn l­ît lÊy c¸c ®iÓm* M, N *sao cho* AM = BN. *C¸c ®­êng th¼ng song song víi* AB *vÏ tõ* M, N *lÇn l­ît c¾t* AD, AF *t¹i* M’, N’.
2. *Chøng minh r»ng* (CBE) *song song víi* (ADF).
3. *Chøng minh r»ng* (DEF) *song song víi* (MNN’M’).
4. *Gäi* I *lµ trung ®iÓm cña* MN, *t×m tËp hîp ®iÓm* I *khi* M, N *déng*.

**✍** *Gi¶i*

* 1. Ta cã nhËn xÐt:

C

A

B

D

M

N

O'

O

EE

F

M'

N'

 ⇒ (BCE) // (ADF).

* 1. Ta cã nhËn xÐt:

 ⇒ M'N' // DF. (1)

MÆt kh¸c, ta cã MM' // CD. (2)

Tõ (1) vµ (2) suy ra:

(MNN’M’) // (DEF).

* 1. I ch¹y trªn trung tuyÕn cña ΔADE kÎ tõ A.

1. *Cho h×nh chãp* S.ABCD, *®¸y* ABCD *lµ h×nh b×nh hµnh t©m* O. *Gäi* M, N *lÇn l­ît lµ trung ®iÓm cña* SA *vµ* CD.
   1. *Chøng minh r»ng mÆt ph¼ng* (OMN) *vµ mÆt ph¼ng* (SBC) *song song víi nhau*.
   2. *Gäi* I *lµ trung ®iÓm* SC, J *lµ mét ®iÓm trªn* (ABCD) *vµ c¸ch ®Òu* AB *vµ* CD. *Chøng minh* IJ *song song víi* (SAB).
   3. *Gi¶ sö hai tam gi¸c* SAD, ABC *®Òu c©n t¹i* A. *Gäi* AE, AF *lµ c¸c ®­êng ph©n gi¸c trong cña c¸c tam gi¸c* ACD *vµ* SAB. *Chøng minh r»ng* EF *song song víi* (SAD).

**✍** *Gi¶i*

S

B

D

A

C

N

P

I

M

J

O

Q

* + 1. NhËn xÐt r»ng:

 ⇒ (OMN) // (SBC).

* + 1. Gäi P, Q theo thø tù lµ trung ®iÓm AD vµ BC, suy ra J thuéc ®­êng th¼ng PQ.

NhËn xÐt r»ng:

S

B

D

A

C

E

F

H

 ⇒ (IPQ) // (SAB) ⇒ IJ // (SAB).

* + 1. Sö dông tÝnh chÊt ®­êng ph©n gi¸c, ta cã:

 = 

suy ra tån t¹i duy nhÊt bé ba mÆt ph¼ng song song lÇn l­ît chøa c¸c ®o¹n th¼ng SD, EF, CD vµ ta thÊy ngay mét trong ba mÆt ph¼ng ®ã chÝnh lµ (SAD), do ®ã:

EF // (SAD).

**☞ *Chó ý***: NÕu c¸c em häc sinh c¶m thÊy khã hiÓu trong lêi gi¶i cña c©u c) th× cã thÓ sö dông lêi gi¶i t­êng minh h¬n nh­ sau:

Dùng EH // SD, H ∈ SC. (1)

NhËn xÐt r»ng:

 =  =  ⇒ HF // BC ⇒ HF // AD. (2)

Tõ (1) vµ (2) suy ra:

(HEF) // (SAD) ⇒ EF // (SAD).

1. **T×m giao tuyÕn cña hai mÆt ph¼ng**

**ThiÕt diÖn song song víi mét mÆt ph¼ng cho tr­íc**

*Ph­¬ng ph¸p ¸p dông*

1. Ta sö dông thªm tÝnh chÊt 2 ®Ó x¸c ®Þnh giao tuyÕn cña hai mÆt ph¼ng.
2. ThiÕt diÖn cña h×nh chãp c¾t bëi mét mÆt ph¼ng song song víi mét mÆt ph¼ng cho tr­íc ®­îc x¸c ®Þnh th«ng qua viÖc t×m ®­îc c¸c ®o¹n giao tuyÕn nh­ trªn.
3. *Cho hai ®­êng th¼ng chÐo nhau. Chøng minh r»ng cã ®óng hai mÆt ph¼ng song song víi nhau lÇn l­ît ®i qua hai ®­êng th¼ng ®ã*.

**✍** *Gi¶i*

Víi hai ®­êng th¼ng chÐo nhau a vµ b th× theo ®Þnh lÝ 3 cña bµi häc 3:

* Cã duy nhÊt mét mÆt ph¼ng (P) chøa a vµ song song víi b, nã ®­îc dùng b»ng c¸ch:
  + Tõ ®iÓm A thuéc a kÎ ®­êng th¼ng b' song song víi b.
  + Khi ®ã (P) = (a, a').

Q

P

a

b'

A

a'

b

B

* Cã duy nhÊt mét mÆt ph¼ng (Q) chøa b vµ song song víi a, nã ®­îc dùng b»ng c¸ch:
  + Tõ ®iÓm B thuéc b kÎ ®­êng th¼ng a' song song víi a.
  + Khi ®ã (Q) = (b, b').

Theo ®Þnh lÝ 1, ta cã ngay (P) song song víi (Q).

1. *Cho hai ®iÓm* M, N *lÇn l­ît thay ®æi trªn hai mÆt ph¼ng song song* (P) *vµ* (Q). *T×m tËp hîp c¸c ®iÓm* I *thuéc ®o¹n th¼ng* MN *sao cho*  = k, k ≠ 0 *cho tr­íc*.

P

Q

R

M0

I0

N0

M

**✍** *Gi¶i*

Víi hai ®iÓm cè ®Þnh M0 vµ N0 theo thø tù thuéc (P) vµ (Q), lÊy ®iÓm I0 thuéc M0N0 sao cho  = k, ta ®­îc:

 =  = k ⇒  =  = 

⇒ M0M, I0I, N0N n»m trªn ba mÆt ph¼ng song song.

VËy, tËp hîp c¸c ®iÓm I thuéc mÆt ph¼ng (R) qua I0 vµ song song víi (P).

1. *Cho h×nh chãp* S.ABCD *®¸y* ABCD *lµ h×nh thang, ®¸y lín* AB = 3a, AD = CD = a. *MÆt bªn* (SAB) *lµ tam gi¸c c©n ®Ønh* S *víi* SA = 2a, α *lµ mÆt ph¼ng di ®éng song song víi* (SAB), *c¾t c¸c c¹nh* AD, BC, SC, SD *theo thø tù t¹i* M, N, P, Q.
   1. *Chøng minh* MNPQ *lµ h×nh thang c©n*.
   2. *§Æt* x = AM, *víi* 0 < x < a. *§Þnh* x *®Ó* MNPQ *ngo¹i tiÕp ®­îc mét ®­êng trßn. TÝnh b¸n kÝnh ®­êng trßn ®ã*.

**✍** *Gi¶i*

S

A

B

C

D

M

N

P

Q

O

* + 1. Ta lÇn l­ît cã:

 ⇒ MN // AB.

LËp luËn t­¬ng tù ta còng cã:

NP // BS, PQ // CD, QM // SA.

NhËn xÐt r»ng:

MN // PQ bëi AB // CD.

 =  =  =   MQ = NP.

VËy, thiÕt diÖn MNPQ lµ h×nh thang c©n.

* + 1. §Ó MNPQ ngo¹i tiÕp ®­îc mét ®­êng trßn ®iÒu kiÖn lµ:

MN + PQ = MQ + NP ⇔ MN + PQ = 2MQ. (1)

Trong ΔSAD, ta cã:

 =  ⇒ MQ = 2(a − x). (2)

Trong ΔSCD, ta cã:

 =  ⇒ PQ = x. (3)

Gi¶ sö AB c¾t CD t¹i O vµ OD = y, ta cã:

 ⇒ 3y = a + y ⇔ y = .

 =  =  =  ⇒ MN = 3a − 2x. (4)

N <

M

Q

P

H

Thay (2), (3) vµ (4) vµo (1), ta ®­îc:

3a − 2x + x = 4(a − x) ⇔ x = .

VËy, víi x =  th× MNPQ ngo¹i tiÕp ®­îc mét ®­êng trßn.

Khi ®ã, xÐt h×nh thang c©n MNPQ, h¹ ®­êng cao QH, ta cã:

QH =  =  = 

suy ra b¸n kÝnh ®­êng trßn néi tiÕp MNPQ lµ r = QH = .

1. **Sö dông tÝnh chÊt cña h×nh l¨ng trô vµ h×nh hép − ThiÕt diÖn**

*Ph­¬ng ph¸p ¸p dông*

* 1. N¾m v÷ng ®Þnh nghÜa vµ c¸c tÝnh chÊt cña h×nh l¨ng trô vµ h×nh hép ®Ó vÏ h×nh vµ chøng minh mét sè tÝnh chÊt kh¸c.
  2. ViÖc x¸c ®Þnh thiÕt diÖn cña h×nh l¨ng trô (h×nh hép) c¾t bëi mét mÆt ph¼ng còng tiÕn hµnh t­¬ng tù nh­ ®èi víi h×nh chãp. L­u ý r»ng " *Hai ®¸y h×nh l¨ng trô song song, do ®ã giao tuyÕn cña mÆt ph¼ng c¾t 2 mÆt ®ã, nÕu cã, lµ hai ®o¹n th¼ng song song* ".

1. *Cho h×nh hép* ABCD.A'B'C'D'.
   1. *Chøng minh r»ng mÆt ph¼ng* (BDA') // (B'D'C).
   2. *Chøng minh r»ng ®­êng chÐo* AC' *®i qua c¸c träng t©m* G1, G2 *cña hai tam gi¸c* BDA' *vµ* B'D'C.
   3. *Chøng minh r»ng* G1 *vµ* G2 *chia ®o¹n* AC' *thµnh ba phÇn b»ng nhau*.
   4. *Chøng minh r»ng c¸c trung ®iÓm cña s¸u c¹nh* BC, CD, DD', D'A', A'B', B'B cïng *n»m trªn mét mÆt ph¼ng*.

A

A'

D'

C

C'

B

B'

D

S

M

N

P

Q

R

O'

**✍** *Gi¶i*

* 1. Gäi O, O' theo thø tù lµ t©m cña c¸c h×nh b×nh hµnh ABCD vµ A'B'C'D', ta cã:

 ⇒ (BDA') // (B'D'C).

* 1. V× AC', AO, CO' cïng n»m trong mÆt ph¼ng (ACC1A1) nªn gäi:

G1 = AC' ∩ A'O vµ G2 = AC' ∩ CO'.

Trong ΔA'BD, ®iÓm G1 thuéc trung tuyÕn A'O vµ v× AO // A'C' nªn:

 =  ⇒ G1 lµ träng t©m ΔA'BD.

Chøng minh t­¬ng tù G2 lµ träng t©m ΔCB'D'.

* 1. NhËn xÐt r»ng OG1, O'G2 theo thø tù lµ ®­êng trung b×nh cña ΔACG2 vµ ΔA'C'G1 nªn:

AG1 = G1G2 = G2C'

tøc lµ G1, G2 chia ®o¹n AC'lµm 3 phÇn b»ng nhau.

* 1. Gäi M, N, P, Q, R, S theo thø tù lµ trung ®iÓm cña s¸u c¹nh BC, CD, DD', D'A', A'B', B'B.

V× c¸c ®o¹n th¼ng MN, NP, PQ, QR, RS ®Òu song song víi mÆt ph¼ng (A'BD) nÓn chóng cïng n»m trªn mét mÆt ph¼ng.

1. *Cho h×nh l¨ng trô tam gi¸c* ABC.A'B'C'. *Gäi* H *lµ trung ®iÓm cña c¹nh* A'B'.
2. *Chøng minh r»ng ®­êng th¼ng* B'C *song song víi mÆt ph¼ng* (AHC').
3. *T×m giao tuyÕn* d *cña hai mÆt ph¼ng* (A'B'C') *vµ* (A'BC). *Chøng minh r»ng* d *song song víi mÆt ph¼ng* (BB'C'C).
4. *X¸c ®Þnh thiÕt diÖn cña h×nh l¨ng trô* ABC.A'B'C' *khi c¾t bëi mÆt ph¼ng* (H, d).

**✍** *Gi¶i*

* 1. Gi¶ sö:

C

A

B

N

C'

A'

B'

M

H

P

Q

R

AC' ∩ A'C = {N}

⇒ N lµ trung ®iÓm AC' vµ A'C

⇒ B'C // NH − tÝnh chÊt ®­êng trung b×nh

⇒ B'C // (AHC'), ®pcm.

* 1. Gi¶ sö:

AB' ∩ A'B = {M} ⇒ (A'B'C') ∩ (A'BC) = MN.

Tõ tÝnh chÊt ®­êng trung b×nh, suy ra:

MN // BC ⊂ (BB'C'C) ⇒ MN // (BB'C'C), ®pcm.

* 1. Nèi MH c¾t AB t¹i P (P lµ trung ®iÓm AB), khi ®ã:

(H, d) ∩ (ABC) = Px // MN // BC ⇒ Px c¾t AC t¹i Q (Q lµ trung ®iÓm AC).

(H, d) ∩ (A'B'C') = Hy // MN // BC // B'C'

⇒ Hy c¾t A'C' t¹i R (R lµ trung ®iÓm A'C').

Khi ®ã, ta ®­îc thiÕt diÖn lµ h×nh b×nh hµnh HPQR.

1. **C¸c bµi to¸n vÒ chãp côt**

*Ph­¬ng ph¸p ¸p dông*

1. N¾m v÷ng ®Þnh nghÜa vµ c¸c tÝnh chÊt cña h×nh hép ®Ó vÏ h×nh vµ chøng minh mét sè tÝnh chÊt kh¸c.
2. ViÖc x¸c ®Þnh thiÕt diÖn cña h×nh hép c¾t bëi mét mÆt ph¼ng còng tiÕn hµnh t­¬ng tù nh­ ®èi víi h×nh l¨ng trô.
3. *Cho h×nh chãp* S.ABCD. *Gäi* A1 *lµ trung ®iÓm cña c¹nh* SA *vµ* A2 *lµ trung ®iÓm cña ®o¹n* AA1. *Gäi* (α) *vµ* (β) *lµ hai mÆt ph¼ng song song víi mÆt ph¼ng* (ABCD) *vµ lÇn l­ît ®i qua* A1, A2. *MÆt ph¼ng* (α) *c¾t c¸c c¹nh* SB, SC, SD *lÇn l­ît t¹i* B1, C1, D1. *MÆt ph¼ng* (β) *c¾t c¸c c¹nh* SB, SC, SD *lÇn l­ît t¹i* B2, C2, D2. *Chøng minh* :
   1. B1, C1, D1 *lÇn l­ît lµ trung ®iÓm cña c¸c c¹nh* SB, SC, SD.
   2. B1B2 = B2B, C1C2 = C2C, D1D2 = D2D.
   3. *ChØ ra c¸c h×nh chãp côt cã mét ®¸y lµ tø gi¸c* ABCD.

**✍** *Gi¶i*

* + 1. V× (α) song song víi (ABCD), suy ra:

C

A

B

D

S

C1

A1

B1

D1

C2

A2

B2

D2

AB // A1B1

⇒ A1B1 lµ ®­êng trung b×nh cña ΔSAB

⇒ B1 lµ trung ®iÓm cña SB.

Chøng minh t­¬ng tù, ta ®­îc C1, D1 lÇn l­ît lµ trung ®iÓm cña c¸c c¹nh SC, SD.

* + 1. V× (β) song song víi (ABCD), suy ra:

AB // A2B2

⇒ A2B2 lµ ®­êng trung b×nh cña h×nh thang ABB1A1

⇒ B2 lµ trung ®iÓm cña BB1 ⇒ B1B2 = B2B.

1. *Cho h×nh chãp côt* ABC.A'B'C' *cã ®¸y lín* ABC *vµ c¸c c¹nh bªn* AA', BB', CC'. *Gäi* M, N, P *lÇn l­ît lµ trung ®iÓm cña c¸c c¹nh* AB, BC, CA *vµ* M', N', P' *lÇn l­ît lµ trung ®iÓm cña c¸c c¹nh* A'B', B'C', C'A'. *Chøng minh* MNP.M'N'P' *lµ h×nh chãp côt*.

**✍** *Gi¶i*

§Ó chøng minh MNP.M'N'P' lµ h×nh chãp côt, ta cÇn ®i chøng minh:

* C¸c ®­êng th¼ng MM', NN', PP' ®ång quy.

S

A

C

B

A'

C'

B'

M

N

P

M'

N'

P'

* MN // M'N', NP // N'P', PM // P'M'.
  + - * 1. Gäi S lµ ®iÓm ®ång quy cña c¸c ®­êng th¼ng AA', BB', CC', ta cã:

AB // A'B'

M, M' theo thø tù lµ trung ®iÓm cña AB, A'B'

suy ra S ∈ MM'.

T­¬ng tù, ta còng cã S ∈ NN' vµ S ∈ PP'.

VËy, c¸c ®­êng th¼ng MM', NN', PP' ®ång quy t¹i S.

* + - * 1. Theo tÝnh chÊt ®­êng trung b×nh, ta cã:

MN // AC

M'N' // A'C'

ngoµi ra, theo tÝnh chÊt h×nh chãp côt AC // A'C' nªn MN // M'N'.

T­¬ng tù, ta còng cã NP // N'P', PM // P'M'.

VËy, ta cã kÕt luËn MNP.M'N'P' lµ h×nh chãp côt.